$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{1-\frac{1}{2}}.e^{\left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{1}{2}}.e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}.\sqrt{e}$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{e}{2}}$

3) soit T la tangente au point O.

T a pour équation : $y = f'(0)(x-0)+f(0)$

$$\boxed{T: y = -\frac{1}{2}x+1}$$

4) l'équation $f(x)=x$ est équivalente à

$f(x)-x=0$.

Posons $g(x)=f(x)-x$.

On a : $g'(x)=f'(x)-1$

Comme $x\in\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ alors $f'(x)\le 0$

Donc $g'(x)\le 0$, et par suite g est une bijection de $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ sur

$$g\left(\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[\right) = \left]\lim_{+\infty} g, g\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= \left]-\infty, \sqrt{\frac{e}{2}}+\frac{1}{2}\right]$$

Avec : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x = -\infty$

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{e}{2}}+\frac{1}{2}$$

Comme $0 \in \left]-\infty, \sqrt{\frac{e}{2}}+\frac{1}{2}\right]$

Donc l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution $\alpha\in\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$ et par suite

$f(x)=x$: admet une unique solution

$\alpha\in\left[-\frac{1}{2},+\infty\right[$.

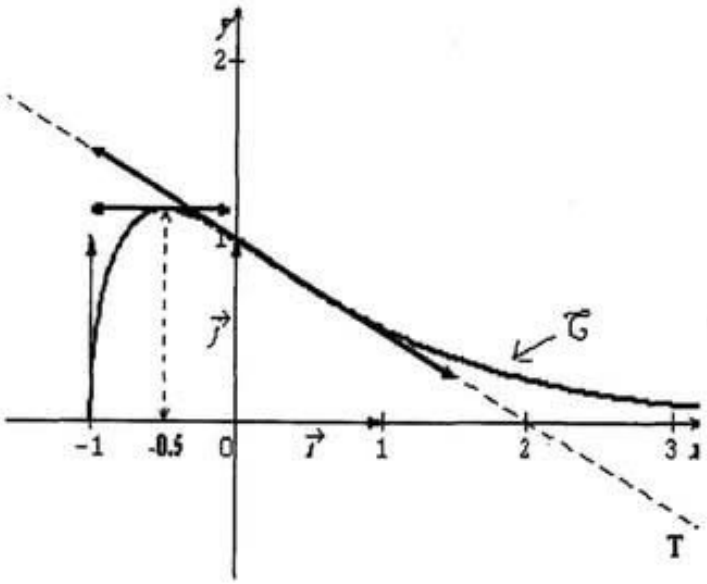
$$g\left(\frac{1}{2}\right)\times g(1) = \left[f\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\right]\times\left[f(1)-1\right]$$

$$= \left[\sqrt{\frac{3}{2}}.e^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\right]\times\left[\sqrt{2}.e^{-1}-1\right]$$

$\square$ $(0,25)\times(-0,47)\le 0$

Donc $\boxed{\alpha \in \left]\frac{1}{2},1\right[}$

5)



Exercice 24

$f(x) = 2e^{-x}+x-2$

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 2e^{-x}+x-2$

$$= \lim_{x\to+\infty} 2\frac{1}{e^x}+x-2 = +\infty$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} 2e^{-x}+x-2; (X=-x)$

$= \lim\limits_{X\to+\infty} 2e^{X}-X-2$

$= \lim\limits_{X\to+\infty} X\left(2.\frac{e^X}{X}-1-\frac{2}{X}\right) = +\infty$

Oarray.tn -Aqra Blech- Oarray.tn